

中微子宇宙学

陈学雷

(中国科学院国家天文台 100012)

中微子在许多方面影响了宇宙的演化，是宇宙学研究中不可忽视的一种重要粒子。另一方面，宇宙学观测也为测定中微子的种类、质量和性质提供了强有力的工具。本文略述宇宙背景中微子的产生、对原初核合成的作用、中微子在宇宙结构形成中的影响，进而说明根据这些作用，可以利用现代宇宙学观测数据对中微子给出的测量和限制结果。

一、宇宙中微子背景

宇宙大爆炸中产生的大量光子在热大爆炸结束后遗留下来，随着宇宙膨胀而红移冷却，形成了我们今天观测到的宇宙微波背景辐射。类似地，在宇宙大爆炸期间产生的大量中微子也遗留下来，形成了宇宙中微子背景。由于中微子微弱的相互作用，迄今为止这一背景尚未被探测到，但我们可以从理论上探讨其形成过程和性质，也可以利用宇宙学观测数据间接地对其进行测量。

早期宇宙中温度、密度都很高，因此中微子与其他粒子如重子、正负电子、光子等都发生充分的相互作用而形成热平衡流体，中微子可与其他粒子相互转化，这时中微子的分布符合极端相对论性的费米分布。对于一种极端相对论粒子，其数量和质量密度为

$$n = \left[\frac{3}{4} \right]_{\text{F}} \times \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g T^3,$$

$$\rho = \left[\frac{7}{8} \right]_{\text{F}} \times \frac{\pi^2}{30} g T^4.$$

其中 T 为温度， g 为自由度， ζ 为黎曼 Zeta 函数。对于费米子则适用前面有下角标 F 的因子，对玻色子该因子等于 1。随着宇宙膨胀，弱相互作用反应速率迅速下降 ($\sim T^{-5}$)，难以维持中微子与其他粒子的热平衡。当弱相互作用反应速率 $\Gamma < H$ 时，即在一个哈勃时间内反应次数小于 1 时，可认为弱相互作用退耦。中微子退耦发生在温度降到约 10^{10} K 或 1MeV 以下时，此后

中微子基本独立演化并维持费米分布，只不过温度不断下降，极端相对论性粒子的温度 T 反比于宇宙的膨胀因子 a ， $T \sim a^{-1}$ ，这一点与光子相同。但是，在中微子退耦后不久，早期宇宙中大量存在的正电子与负电子大量湮灭为光子对，这导致光子气体温度的下降在一段时间内较中微子慢一些。一种简单的近似处理是考虑此过程中系统的熵：在正负电子对湮灭前，光子、正电子和负电子各有两个自旋态，而费米子需乘以因子 $7/8$ ，因此总有效自由度为

$$g^* s_i = 2_\gamma + (2_{e^-} + 2_{e^+}) \times \frac{7}{8} = \frac{11}{2}.$$

正负电子对湮灭后相应的熵转移到光子中，自由度为 2。总熵在此过程不变，则

$$T_f = \left(\frac{11}{4} \right)^{1/3} T_i,$$

最终光子气体的温度与中微子气体温度之间关系为

$$T_\nu = \left(\frac{4}{11} \right)^{1/3} T_\gamma.$$

今天宇宙微波背景辐射的温度为 2.725K，因此若中微子为无质量粒子，则其今天的温度将是 1.945K。实际上由于中微子有质量，其温度还要下降得更低一些。

中微子振荡现象表明中微子质量不为零，但这个质量尚未测出。每种中微子（包括正、反粒子）今天的数量密度约为 112 cm^{-3} ，据此可得今天的中微子相对密度为

$$\Omega_\nu = \sum m_\nu / (93.8 h^2 \text{ eV}).$$

二、中微子与大爆炸核合成

中微子退耦的时期也正是大爆炸核合成开始的时期。在这一时期，宇宙中的重子主要以质子和中子的形式存在。此后，质子和中子通过核反应形成氘核，进而继续反应生成氚 (^3H)，氦 3 (^3He)，氦 4 (^4He) 等。由于氘的结合能较低，而重子数量远小于光子，因此氘很容易被大量黑体辐射光子中能量较高的少量光子破坏，因此尽管氘是质子中子直接反应的产物，但最

后形成的量并不多，其丰度主要取决于重子数密度，稳定的氦则形成较多，其丰度与重子数密度和膨胀率都有关系。中微子在这一过程中并不直接发挥重要作用，而是主要影响宇宙的膨胀速度。每种相对论粒子都会贡献部分宇宙密度，总的密度正比于有效相对论自由度 g^* 。在粒子物理标准模型中，有 3 代中微子。如果考虑存在非标准模型的中微子， $g^*=10.75+7/4 \Delta N_\nu$ ，这里 10.75 是标准模型给出的大爆炸核合成时期的有效相对论自由度，而 ΔN_ν 表示超出标准模型的轻中微子的种类，这里“轻”指的是中微子质量远小于大爆炸核合成时期的温度 ($\sim 0.1\text{MeV}$) 因而可以被视为极端相对论粒子。给定我们今天观测到的哈勃膨胀率 H_0 ，宇宙密度越大，也就意味着核合成时期的宇宙膨胀率越高。而宇宙膨胀速率越高，相应地可供反应的时间尺度也越短，这对原初氦丰度的影响是，近似地， $\Delta Y=0.013\Delta N_\nu$ 。因此，根据原初氦丰度，可以限制宇宙中存在的中微子的数量，人们据此推测只存在三种中微子，考虑到实际的中微子退耦过程不是瞬时的，常取标准值 $N_\nu=3.046$ 。不过，氦丰度测量精度有限，氦原初丰度还要从测到的河外电离区氦丰度外插。近年来，氦原初丰度的测量值比过去大，目前的测量值从 0.246 到 0.254 都有，其差异大于统计误差。另外 N_ν 与重子数密度存在简并，也限制了这种方法的精度。从氘和氦丰度，目前给出的中微子数量的限制为 $1.8 < N_\nu < 4.5$ 。

实际上，用此方法给出的限制不限于中微子，任何“暗辐射 (dark radiation)”成分都可以被限制。一个大爆炸时和中微子同时处在热平衡中的零质量玻色子可等效为 $4/7 \approx 0.57$ 个中微子。更早在正反 μ 子湮灭之前 ($T \sim 100\text{MeV}$) 退耦的零质量玻色子可等效为 0.39 个中微子。

另外，在以上讨论中我们假定了中微子与反中微子的数量相等。考虑到重子中存在的较大不对称性，在中微子中也有可能存在正、反不对称性。实际上，由于重子中的不对称性 (质子远多于反质子)，带电轻子中显然必须存在相对应的不对称性 (电子远多于正电子) 才能保持总电荷密度为零。如果同时反中微子多于中微子，那么总轻子数仍有可能是零。这种不

对称性对大爆炸核合成一方面它是带来更大的密度，从而提高膨胀速率 H ，另一方面大量电子型中微子的存在会影响中子与质子的比例。轻子不对称性

$$\eta_L = \eta_\nu = \sum_\alpha \frac{(n_\nu - n_{\bar{\nu}})_\alpha}{n_\gamma} = \frac{\pi^3}{12\zeta(3)} \sum_\alpha \left[\left(\frac{\zeta_\alpha}{\pi} \right) + \left(\frac{\zeta_\alpha}{\pi} \right)^3 \right],$$

这在大爆炸核合成中可以写成多余中微子的形式：

$$\Delta N_\nu(\xi) = \frac{90}{7} \left(\frac{\xi}{\pi} \right)^2 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\xi}{\pi} \right)^2 \right],$$

给出的 2σ 限制是 $|\xi| < 0.09$ 。

三、中微子的个数

宇宙的早期是“辐射为主”时期，在今天的宇宙中密度几乎可以忽略的光子和中微子等极端相对论粒子在辐射为主时期是宇宙密度的主要贡献者。辐射-物质相等发生在红移约 3200 时，此后宇宙是物质为主了，但到复合时期 (红移约 1100)，中微子仍对密度有显著贡献。

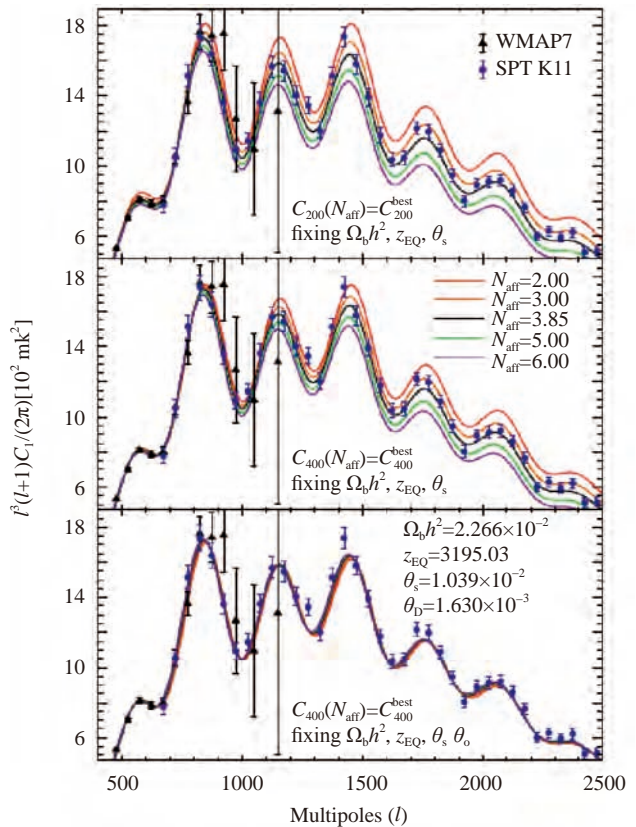


图 1 不同有效自由度对 CMB 角功率谱的影响 (见中间的图, 取自文献 Z. Hou et al. RD87, 083008 (2013))

如果存在更多的中微子种类，它将影响复合时期的宇宙膨胀速率，并进而影响宇宙在复合时期的年龄、扩散的尺度、声波视界大小等，这些在宇宙微波背景辐射（CMB）温度和偏振各向异性角功率谱中显现出来，更多中微子数量总的效果是使 CMB 角功率谱中的所谓衰减尾（damping tail）移到更大尺度上。综合哈勃常数测量及 WMAP, ACBAR, ACT, SPT 等实验的 CMB 数据，在 l 的值位于 $1000 \sim 3000$ 处一度测到了偏大的衰减，给出的有效自由度 $N_{\text{eff}} > 3$ ，参见图 1 和其中参考文献的讨论。

但是，目前最新的普朗克卫星数据给出的 N_{eff} 很接近 3:

$$N_{\text{eff}} = 3.13 \pm 0.32 \quad \text{普朗克卫星 TT+lowP};$$

$$N_{\text{eff}} = 3.15 \pm 0.23 \quad \text{普朗克卫星 TT+lowP+BAO};$$

$$N_{\text{eff}} = 2.99 \pm 0.20 \quad \text{普朗克卫星 TT, TE, EE+lowP};$$

$$N_{\text{eff}} = 3.04 \pm 0.18 \quad \text{普朗克卫星 TT, TE, EE+lowP+BAO}.$$

这里普朗克卫星 TT, TE, EE 指的是普朗克测得的温度和 E 型偏振 (TT, TE, EE) 自相关和互相关角功率谱，lowP 是指 $l < 29$ 的偏振数据，BAO 是指综合 6dF, SDSS, BOSS, WiggleZ 等大尺度结构巡天数据测得的重子声波振荡给出的 ($0 < z < 1$) 的距离数据。尽管如此，如果考虑较高的 H_0 和 σ_8 , $N_{\text{eff}} > 3$ 仍可能出现 (图 2)。

四、中微子质量的限制

在上面的讨论中我们把中微子作为一种质量近乎为零的粒子，但是从中微子振荡我们知道它的质量并不为零。中微子振荡实验给出的是中微子质量平方的差。目前太阳中微子实验给出的 $\Delta m_{12}^2 \sim 7 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$ ，大气中微子实验给出的 $\Delta m_{23}^2 \sim 2 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ ，这表明 m_1, m_2 之间的差别较小而 m_2, m_3 间的差别较大，但我们现在并不知道 Δm_{12} 和 Δm_{23} 的正负，因此有所谓正常级序 (normal hierarchy, $m_3 > m_2, m_1$) 和倒置级序 (inverted hierarchy, $m_2, m_1 > m_3$) 的可能性。新的中微子实验如江门地下中微子天文台 (JUNO) 等可望通过高精度的观测回答是哪一种级序。另外，精确测定氚的贝塔衰变电子能谱中的截断原则上可以给出中微子质量，但有相当大的难度。

宇宙学观测数据也可以用于测量中微子质量，

并且目前给出了中微子质量的最强上限。这里有几个可以利用的效应。在复合时期，中微子的温度已下降到约 0.15 eV ，其质量效应开始显现，这对宇宙膨胀历史和 CMB 角功率谱都有一定影响，另外这些中微子也会影响大尺度结构的形成，而后者又会对 CMB 产生引力透镜效应，这些都取决于几种中微子的总质量。如果同时使用独立测量的 BAO 距离和 H_0 等外部数据，其限制会显著增强。普朗克给出的最新限制为

$$\sum m_\nu < 0.72 \text{ eV} \quad \text{普朗克卫星 TT+lowP};$$

$$\sum m_\nu < 0.21 \text{ eV} \quad \text{普朗克卫星 TT+lowP+BAO};$$

$$\sum m_\nu < 0.49 \text{ eV} \quad \text{普朗克卫星 TT, TE, EE+lowP};$$

$$\sum m_\nu < 0.72 \text{ eV} \quad \text{普朗克卫星 TT, TE, EE+lowP+BAO}.$$

其概率分布见图 3。

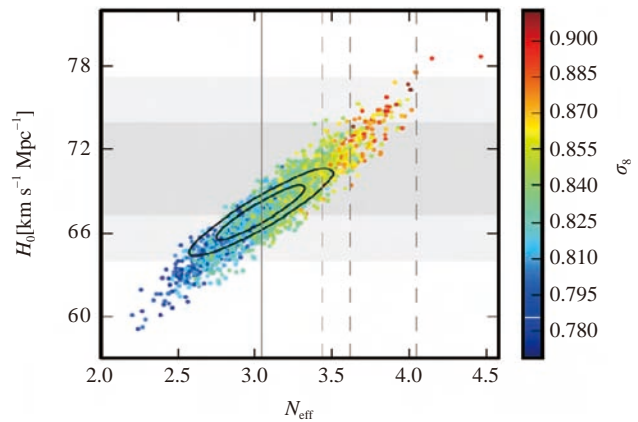


图 2 普朗克卫星 TT+lowP 数据的 MCMC 链模型参数分布 (颜色给出 σ_8) 和普朗克卫星 TT+lowP+TE+EE+BAO 给出的限制 (椭圆线, 图片来源: Planck Coll: P. A. R. Ade et al., arxiv: 1502.01589)

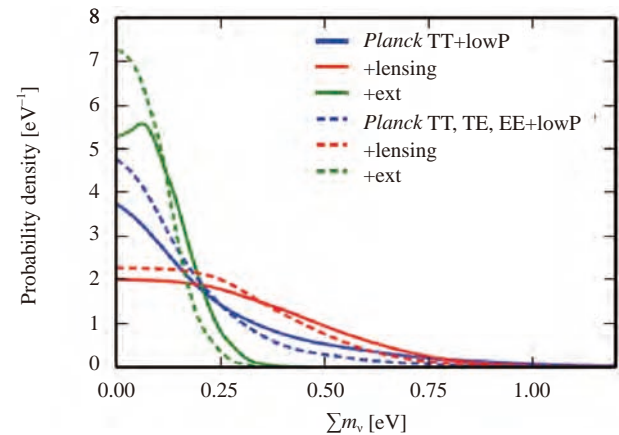


图 3 综合不同数据给出的中微子质量限制分布 (图片来源同图 2)

现有的对中微子质量的最精密测量来自大尺度结构巡天。光子与等离子体紧密耦合在一起，形成重子-光子流体，而中微子、冷暗物质粒子等相互作用微弱的粒子则可以在其中自由穿行。不过，冷暗物质粒子的运动速度几乎完全可以忽略，因此主要起的是提供引力势的作用，而中微子在这一时期仍具有非常高的运动速度，主要展现出扩散性，这导致在

$$k_{nr} \approx 0.026 \left(\frac{m_\nu}{1\text{eV}} \right)^{1/2} \Omega_m^{1.2} h \text{Mpc}^{-1}$$

以下的小尺度上的功率谱压低，其程度为

$$\frac{\Delta P_{\text{lin}}(k)}{P_{\text{lin}}(k)} \sim -8 \frac{\Omega_\nu}{\Omega_m}$$

利用这一效应，如果能够精确测量功率谱的形状，并结合 CMB 观测，可以对中微子质量进行限制。通常，可观测效应主要依赖中微子的总质量 $\sum m_\nu$ ，但当 $\sum m_\nu$ 较小时，严格地说与单个中微子的质量也有关。

这里的一个问题是，宇宙中大部分密度涨落来自无法直接观测的暗物质。我们没有办法直接测量物质密度功率谱，而只能通过示踪物（例如星系或星系际介质）推测密度功率谱。现代的大尺度结构理论认为，星系及其所处的暗物质晕是在物质密度较高处形成的，其分布的相对密度在较大尺度上正比于物质的相对密度，即 $\delta_g = b\delta$ ，这里

$$\delta_g(x) = \frac{n_g(x) - \bar{n}_g}{\bar{n}_g}, \quad \delta(x) = \frac{\rho(x) - \bar{\rho}}{\bar{\rho}}$$

n_g 是星系密度， ρ 是物质密度， b 称为偏袒因子，在较大的尺度上，对于性质相近的星系， b 是一个常数。这样，星系数密度功率谱为 $P_{\text{gg}}(k) = b^2 P(k)$ 。这个假设在理论上是合理的，也得到了观测的证实——各种不同类型星系的功率谱虽然偏袒因子各不相同，但功率谱都有大致相同的形状。另一个问题是，在与中微子质量测量有关的小尺度上，密度涨落已经历了一定程度的非线性演化（图 4），因此在用观测进行精密限制时，需要比较观测数据与不同模型参数的数值模拟结果。

目前较大的巡天包括斯隆数字巡天（SDSS）及其后续的 BOSS，eBOSS 等巡天，以及 WiggleZ 巡天。SDSS 第 7 次释放数据（DR7）给出了其观测的亮红

星系（LRG）红移分布数据。所谓亮红星系，是一些位于星系团或星系群中心的大质量、年老星系，因连续谱亮度较高被挑选出来以便在有限的观测时间下观测更多、更远的星系。WiggleZ 观测的星系则有很多是发射线星系（ELG），这些星系的恒星形成率较高而较蓝，虽然连续谱光度不很高，但因有显著的发射线谱线而便于进行红移测量。由 WiggleZ 和 SDSS 得到的功率谱见图 5。

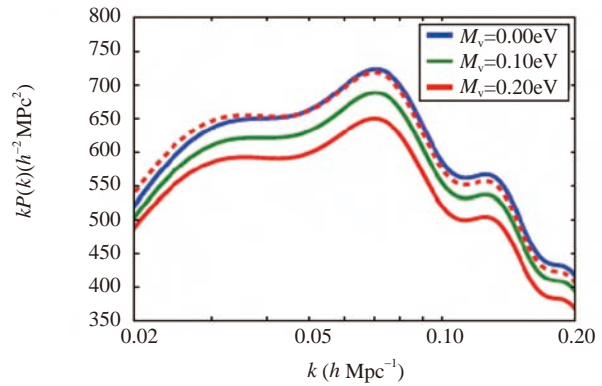


图 4 不同中微子质量对非线性物质功率谱的影响（图片来源：A. J. Cuesta, V. Niro, L. Verde, arxiv: 1511.05984）

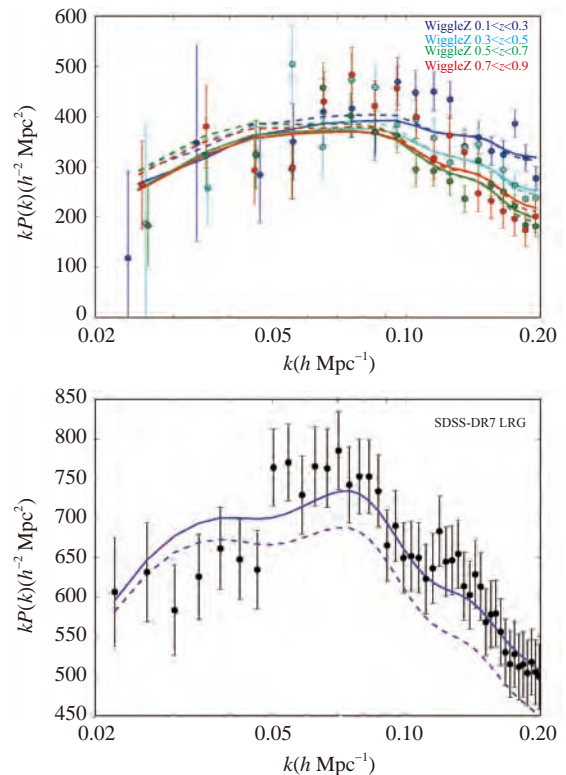


图 5 WiggleZ（上）和 SDSS LRG（下）测得的物质功率谱和拟合模型曲线（图片来源同图 4）

综合这些大尺度结构和 CMB 数据得到的中微子质量限制 95% C.L. 限制（见表 1）。表中的 BAO 是用 SDSS 后续的 BOSS CMASS 和 LOWZ 数据给出的 BAO 测定的宇宙距离。引力透镜（lensing）指的是 CMB 引力透镜，加入这一效应后限制稍弱但变化不大。星系引力透镜数据也可以用于限制功率谱和中微子质量，但目前的星系引力透镜数据还不精确且其给出的结果与其他观测数据存在一定冲突，因此这里没有考虑。

可以看到，SDSS LRG 给出的限制比 WiggleZ 稍强，尽管后者有更大的巡天有效体积。卡斯塔（J. Cuesta）等人分析认为，这是因为 SDSS LRG 巡天的区域较为规则，其窗口函数更锐利一些，不同波数 k 的测量结果关联较小，而 WiggleZ 的窗口函数则比较宽。在综合了所有数据后，给出的最强限制是 $\sum m_\nu < 0.11 \text{ eV}$ （95% C.L.）。

除了星系外，当人们观测高红移的类星体时，在其光谱中可以看到拉曼 α 吸收线丛，这是光子在传播途径中被不同红移处的电离星系际介质内含有的少量中性氢吸收形成的，通常称为拉曼 α 森林（Lyman alpha forest），这反映了星系际介质的分布，提供了另一种测量有关尺度上物质密度涨落的手段。拉曼 α 谱线本身处在紫外波段，受地球大气吸收影响，低红移的类星体拉曼 α 吸收线在地面很难观测，但 $2.1 < z < 4.5$ 的类星体拉曼 α 吸收线被红移到地面光学可以观测的波长范围。通过测量拉曼 α 吸收线功率谱，也可以进行中微子质量测量（图 6）。

SDSS III/BOSS 巡天观测了高红移的类星体光谱，测得的拉曼 α 吸收线功率谱见图 7。同样，采用 CMB 和 BAO 数据有助于打破参数简并而得到更强的限制。目前综合 CMB 数据和拉曼 α 吸收线给出的最强限制是 $\sum m_\nu < 0.12 \text{ eV}$ （95% C.L.），与图 4 所注文献中给出的星系测量结果差不多。

总之，目前功率谱的测量精度已相当高。从中微子振荡实验可以知道，中微子中的最大质量至少超过 0.04 eV ，现在的中微子质量限制已接近这一大小。不过，这里的一个问题是，尽管偏袒因子一般可以作为常数，但在较高的精度上这一假设仍有可能失效，偏

表 1 综合 CMB 和星系观测数据给出的中微子质量限制
(数据来源同图 4)

Data sets	M_ν at 95% CL
CMB15+LRG(+lensing)	0.17 eV (0.19 eV)
CMB15+LRG+BAO(+lensing)	0.11 eV (0.12 eV)
CMB15+WZ(+lensing)	0.43 eV (0.49 eV)
CMB15+WiggleZ+BAO(+lensing)	0.15 eV (0.18 eV)
CMB15+LRG+WZ(+lensing)	0.16 eV (0.18 eV)
CMB15+LRG+WZ+BAO(+lensing)	0.11 eV (0.12 eV)

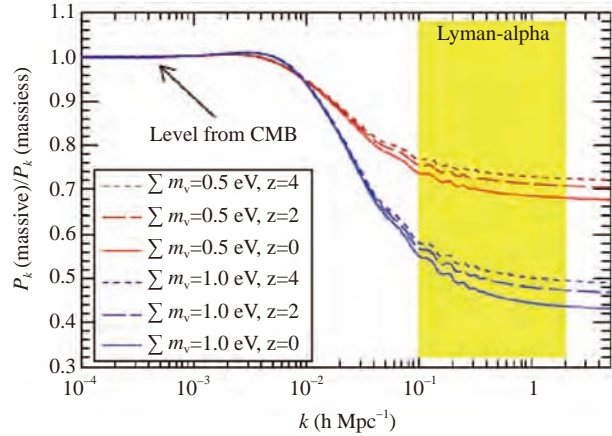


图 6 不同中微子质量对拉曼 α 吸收线功率谱的影响
(图片来源: N. Palanque-Delabrouille et al., JCAP 11 (2015)011, arxiv: 1506.05976)

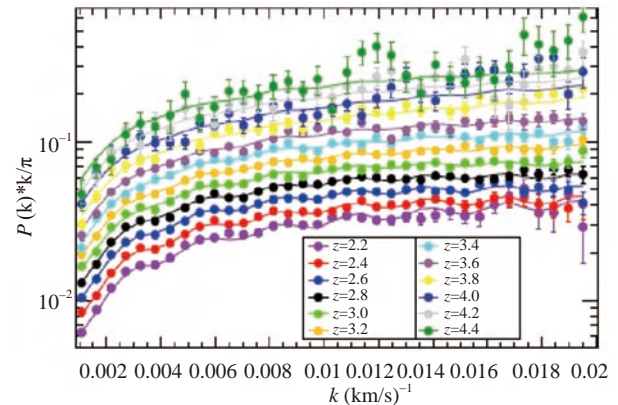


图 7 SDSS III/BOSS DR9 给出的不同红移的拉曼 α 森林 1 维功率谱（图片来源同图 6）

袒因子如有微小的尺度依赖性，即 b 不是常数而是 $b(k)$ ，就可能导致中微子质量测量的较大误差。为了解决这一问题，也可以考虑新的中微子质量测量方法。例如，随着宇宙膨胀中微子的热速度弥散逐渐降低，同时不均匀的物质大尺度结构会引致中微子获得较大的本动速度（peculiar velocity）——这是因为中微子本身质量小、速度弥散大，因此其传播中感受的引力

无中微子双贝塔衰变

刘江来

(上海交通大学物理与天文系 上海市粒子物理宇宙学重点实验室 200240)

无中微子双贝塔衰变，好一个拗口的名词！还记得泡利 1930 年为了解释贝塔衰变连续能谱而纠结地发明了中微子么？原子核中一个中子变为质子的衰变叫贝塔衰变，如果有两个中子同时变为两个质子的衰变叫双贝塔衰变，这个好像并不难理解。可是泡利告诉我们每一个贝塔衰变都应该有一个中微子伴随而来，因此双贝塔衰变应当是双中微子伴随双贝塔衰变才对吧？那么无中微子双贝塔衰变是什么？好了，我们还是从琢磨不透的中微子说起吧。

我们知道狄拉克方程是描述费米子的场方程，正电子是狄拉克电子“海洋”中的带负能量的空穴。1937 年，意大利的天才青年物理学家马约拉纳 (E. Majorana) 因为不满意狄拉克方程中电子和正电子之间的非对称性，将正、反粒子的场组合成一个同时满足正、反粒子的对称性和狄拉克方程的场，对应的粒子就是所谓的马约拉纳费米子，它们是自己的反粒子。马约拉纳在文章中提出，中性的中微子可能就是这种新的马约拉纳费米子。在 1938 年，前途无量的马约拉纳神秘地失踪，从此没有人再见过他。中微子到底是狄拉克费米子还是马约拉纳费米子在此之后就成了公案。在普通的贝塔衰变中，不论是狄拉克还是马约

拉纳理论电子一定伴随着反中微子出现，在观测上没有区别。1939 年，哈佛大学的弗瑞 (W. Furry) 提出可以通过寻找无中微子双贝塔衰变来对中微子的本质做出判断，也就是说寻找双贝塔衰变中仅仅有两个电子而没有中微子的末态反应。这种反应的原理图如图 1 所示，普通双贝塔衰变中一个原子数 A 电荷数 Z 的原子核一次发生 $(A, Z) \rightarrow (A, Z+2) + e^- + e^- + \bar{\nu}_e + \bar{\nu}_e$ 的反应，由于要求一次性发生这种反应，需要确保中间态原子核 $(A, Z+1)$ 是一个虚态，也就是要求其核质量上比母核 (A, Z) 要大，第一次贝塔衰变不会发生。而无中微子双贝塔衰变要求第一个贝塔衰变放出一个虚的中微子在第二个贝塔衰变中被吸收，以至于形成没有中微子的双贝塔末态，这种反应只有中微子是马约拉纳粒子才可能发生。符合这样条件的天然原子核有三十多种。有趣的是，早期预言的无中微子双贝塔衰变比普通双贝塔衰变更容易发生，其半衰期在 10^{15} 年左右。

20 世纪 50 年代起，有多个实验寻找无中微子双贝塔衰变未果，将半衰期推到了大于 10^{17} 年，与马约拉纳理论不符，于是乎狄拉克中微子占了绝对上风。然而，1957 年李-杨发现的弱相互作用宇称（镜像对

场平均值与普通的冷暗物质不同，这导致中微子与暗物质间存在相对速度。而这种相对速度的存在，导致中微子密度相关函数或功率谱存在偶极矩。尽管中微子的密度本身无法直接观测，但中微子和暗物质密度会对不同类型的星系产生不同的影响，因此通过观测不同类型的星系互相关函数的偶极矩，可以测量上述中微子分布偶极矩。尽管这样测量的互相关函数也依赖偏袒因子，但偶极矩的大小对偏袒因子并不敏感，从而提供了一种鲁棒的中微子质量测量手段。此外，

非线性的结构如暗物质晕也产生中微子尾迹 (wake)，这种尾迹也存在偶极矩，未来可以通过弱引力透镜进行统计观测。

五、结束语

除了精密测量中微子的种类和质量外，宇宙学观测也可以对一些中微子的性质如中微子与暗物质、暗能量的相互作用等进行检验。未来，随着 DESI, LSST, Euclid, SKA 等更大的巡天仪器投入使用，我们将能够进行更精密的宇宙学测量，最终揭示中微子之谜。